

Vorlesung: Bildgebende Verfahren in der Medizin I

Leiter: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel 2. Prüfer: Mark Nothstein , M.Sc.

Klausur

28. Februar 2019
Beginn: 14:30 Uhr

Familienname:
Vorname:
Matrikel-Nr.:

Angaben zur Klausur:

Die Arbeitszeit beträgt 2 Stunden; Hilfsmittel sind nicht erlaubt, außer einem Taschenrechner.

Der Lösungsweg muss vollständig angegeben und nachvollziehbar sein!
Dokumentieren Sie Ihre Überlegungen, geben Sie erläuternde Kommentare! Bei Formeln müssen die verwendeten Größen angegeben werden, bei Diagrammen müssen die Achsen beschriftet werden.

Verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibzeug!

Die maximal erreichbaren Punkte pro Aufgabe sind der Tabelle zu entnehmen.

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Gesamt
Punkte:	11	15	5	8	8	12	9	11	13	92
erreicht:										

Note:_____

1 Röntgen

Frage 1

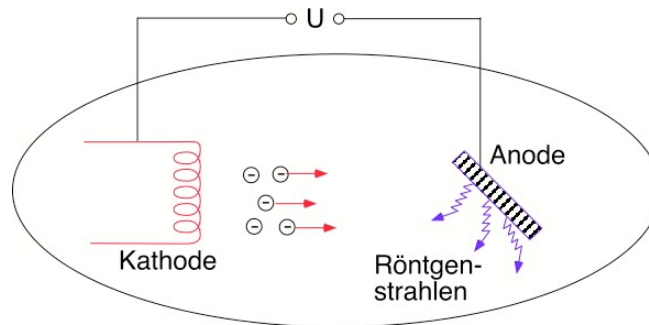
(11 Punkte)

Zur Nutzung der Röntgentechnik in der Diagnostik muss man sich zunächst mit der Erzeugung von Röntgenstrahlung beschäftigen:

- Skizzieren Sie einen einfachen Aufbau zur Erzeugung von Röntgenstrahlung. (3 Punkte)
- Nennen Sie alle Formeln, die Sie benötigen um aus der angelegten Spannung U_a die minimale Wellenlänge der Röntgenstrahlung zu erhalten und lösen Sie nach der Wellenlänge auf. (2 Punkte)
- Beschreiben Sie kurz zwei Anodenarten. Erörtern Sie kurz welche in der medizinischen Diagnostik bevorzugt verwendet wird und warum. (2 Punkte)
- Erklären Sie die zwei grundlegenden physikalischen Prozesse, die zu dem Röntgenspektrum führen. (2 Punkte)
- Welche Kriterien spielen bei der Wahl des Anodenmaterials eine Rolle? Leiten Sie daraus eine einfache Formel zur Bestimmung eines Qualitätsmaßes für das Anodenmaterial ab. (2 Punkte)

Lösung:

- (a) Aufbau zur Erzeugung von Röntgenstrahlung:



- (b)
- q = Elektronenladung
 - U = Anodenspannung
 - f = Frequenz eines Photons
 - λ = Wellenlänge eines Photons

Zur Berechnung der kinetischen Energie des Elektrons: $E = q \cdot U$

Zur Berechnung der Energie eines Photons: $E = h \cdot f$

Mit der Umrechnung der Frequenz zur Wellenlänge: $f = \frac{c}{\lambda}$ folgt

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$$

- (c) Es gibt die Festanode und die Drehanode. Der Vorteil der Drehanode ist, dass sich bei ihr die Hitze über den gesamten Ring verteilt. Sie kann daher mit höherer Leistung betrieben werden. Der Einsatz einer Festanode ist nur vorteilhaft, wenn über lange Zeit niedrige Röntgenleistungen gefordert sind. In der medizinischen Diagnostik sind aber hohe Leistungen mit kurzen Zeitintervallen gefragt.

- (d) Spektrum der Röntgenstrahlung:

Die Bremsstrahlung ist vom Anodenmaterial unabhängig und besitzt eine allein von der vorgegebenen Anodenspannung abhängige obere Grenze der Photonenenergie. An dieser wird die gesamte kinetische Energie eines Elektrons auf einmal in Strahlung umgesetzt.

Das Bremsspektrum ist von der charakteristischen Strahlung des Anodenmaterials überlagert, welche durch elektronische Übergänge in den Atomen des Anodenmaterials hervorgerufen wird.

- (e) Materialparameter: Die Kriterien zur Anodenmaterialwahl sind:

hohe Ordnungszahl Z

hohe Schmelztemperatur T

hohe Wärmeleitfähigkeit λ

Das Qualitätsmaß ist generell gegeben durch $Q = Z \cdot T \cdot \lambda$

Optionale Antwort:

Die Drehanode bedarf einer kleinen Modifikation zu $Q = Z \cdot T \cdot \sqrt{\lambda \rho c}$.

Dabei ist ρ = Dichte und c = spez. Wärme des Materials.

Frage 2

(15 Punkte)

Es soll im Folgenden um die generellen Eigenschaften der Röntgenstrahlung gehen:

- (a) Beschreiben Sie kurz was mit den Photonen, die Sie aus der Röntgenröhre gewinnen, geschieht wenn diese mit biologischem Material interagieren. Erklären Sie wie diese Wechselwirkung ausgenutzt werden kann um eine medizinisch relevante Bildgebung zu erhalten und nennen Sie die physikalische Gesetzmäßigkeit der Intensitätsabnahme von Röntgenstrahlen in Materie (Formel). (2 Punkte)
- (b) Nennen Sie die hauptsächliche Wechselwirkungsart der Röntgenstrahlung mit dem Körper und skizzieren sie den Effekt schematisch. (3 Punkte)
- (c) Durch die Wechselwirkung der Röntgenstrahlung mit Materie entsteht viel Streustrahlung. Nennen Sie die Formel für den Streustrahlanteil und skizzieren Sie dessen Verlauf mit zunehmender Röhrenspannung exemplarisch für einen dünnen und einen dicken Patienten. (5 Punkte)
- (d) Nennen Sie die Formel für den Kontrast zwischen zwei Bereichen auf einem Bild. Leiten Sie davon den Kontrast her den Sie ohne Streustrahlung hätten. (2 Punkte)
- (e) Leiten Sie nun den tatsächlichen Kontrast des Bildes inklusive Streustrahlung her. (1 Punkt)
- (f) Führt die Streustrahlung des Gewebes im Detektor zu einer Unschärfe (Verschmierung) des Bildes? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

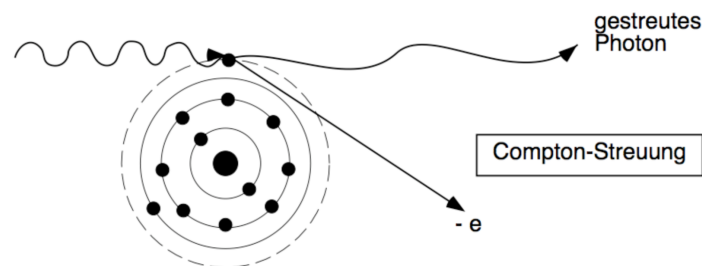
Lösung:

- (a) Das Spektrum am Anfang besitzt eine Intensität I_0 . Beim durchdringen des Körpers wird Energie im Körper deponiert und die Intensität I der austretenden Strahlung ist geringer geworden. Die Stärke des Intensitätsabfalls ist zum Einen durch den Absorptionskoeffizienten μ und zum Anderen durch die Dicke des durchdrungenen Materials d gegeben. Mathematisch ist dies durch das Lambert-Beer Gesetz beschrieben.

$$I = I_0 \cdot \exp \left(- \int \mu ds \right)$$

Projiziert man den Verlauf des Abfalls auf ein zweidimensionales Bild erhält man das bekannte Röntgenbild.

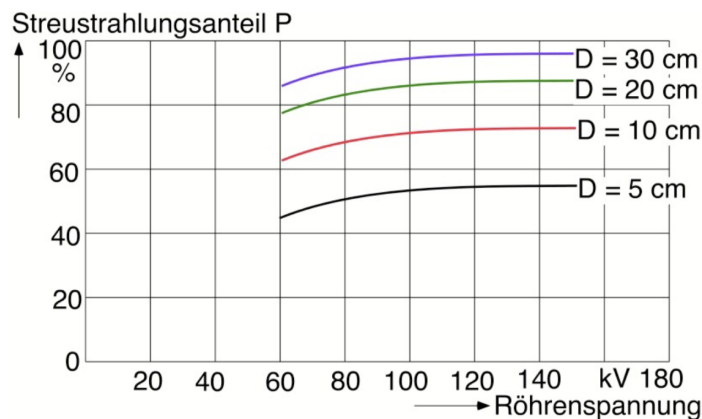
- (b) Die bevorzugte Wechselwirkung der Röntgenstrahlung mit den weichen Teilen des Körpers ist die Comptonstreuung. Dabei gibt ein hochenergetisches Gamma-Quant seine Energie in einem elastischen Stoß teilweise an ein Elektron ab. Handelt es sich um ein freies Elektron wird es beschleunigt, handelt es sich um ein gebundenes Elektron kommt es zur Ionisation. Das Gamma-Quant wird gestreut und besitzt nach der Wechselwirkung durch den Energieübertrag eine geringere Wellenlänge.



- (c) Der Streustrahlanteil P ist folgendermaßen gegeben:

$$P = \frac{J_s}{J_p + J_s}$$

J_s ist die Streuintensität, d.h. Röntgenleistung die nicht auf geradem Weg von der Quelle zu dem Detektor gelangt ist. J_p ist die Primärintensität, d.h. Röntgenleistung die auf geradem Weg von der Quelle zu dem Detektor gelangt ist.



- (d)

$$K = \frac{J_A - J_B}{J_A + J_B}$$

oder optional auch

$$K^2 = \frac{J_A - J_B}{\frac{1}{2}(J_A + J_B)}$$

J_A beschreibt die Leistung in einem Gebiet A und J_B die Leistung in einem Gebiet B. Den Kontrast K_0 den man ohne Streustrahlung erhalten würde ergibt sich zu

$$K_0 = \frac{\Delta J_p}{2J_p}$$

wobei J_p die Intensität der Primärstrahlung beschreibt.

- (e) Der tatsächliche Kontrast mit Streustrahlung beinhaltet außer der Primärintensität auch die Streuintensität. Durch die Differenz verschwindet die Streuintensität im Zähler, bleibt jedoch im Nenner erhalten:

$$K_s = \frac{\Delta J_p}{2 \cdot (J_p + J_s)}$$

Will man alles in Abhängigkeit von K_0 ausdrücken, ergibt sich insgesamt:

$$K_s = K_0 \cdot \frac{J_p}{J_p + J_s} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{J_s}{J_p}}$$

- (f) Nein, Streustrahlung führt NICHT zu einer Unschärfe bzw Verschmierung von Kanten. Der Kontrast wird nur durch die Erhöhung der Gesamtintensität verschlechtert.

Frage 3

(5 Punkte)

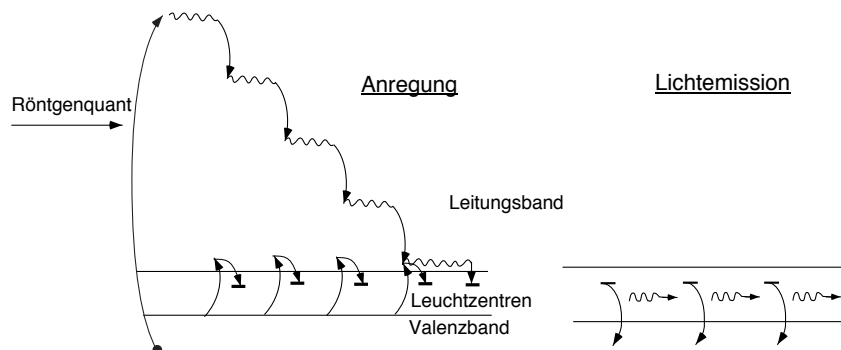
Nun soll die Bildaufnahme in der Röntgendiagnostik betrachtet werden.

- (a) Beschreiben Sie die physikalischen Prozesse, die sich in einer Verstärkerfolie abspielen. (3 Punkte)
- (b) Für eine Röntgenverstärkerfolie sind folgende Größen gegeben: (2 Punkte)
- Detective Quantum Efficiency (DQE): 0,48
 - Konversionsgrad: 20%
 - mittlere Wellenlänge im Spektrum: 550 nm (2,26 eV)

Wie viele Photonen werden im Mittel pro einfallendem Röntgenquant (80 keV) erzeugt?

Lösung:

- (a) Das eintreffende Röntgenquant regt Elektronen an und hebt sie auf ein höheres Energieniveau. Bei der Rückkehr in den Grundzustand wird mehrfach Energie frei, die weitere Elektronen auf höhere Energieniveaus hebt. Viele dieser angeregten Elektronen relaxieren in Leuchtzentren. Von hier springen diese nach sehr kurzer Zeit unter Aussendung je eines Photons entsprechender Energie wieder auf das Ausgangsniveau zurück.



- (b)

$$N = \frac{E_{Quant}}{E_{Photon}} \cdot DQE \cdot Konversionsgrad = \frac{80 \text{ keV}}{2,26 \text{ eV}} \cdot 0,48 \cdot 0,2 = 3398$$

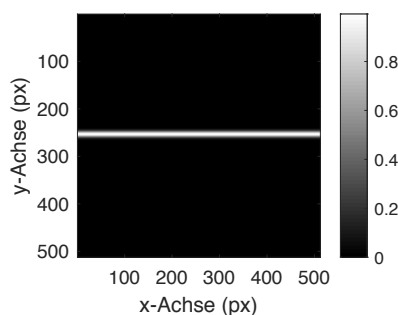
2 Systemtheorie

Frage 4

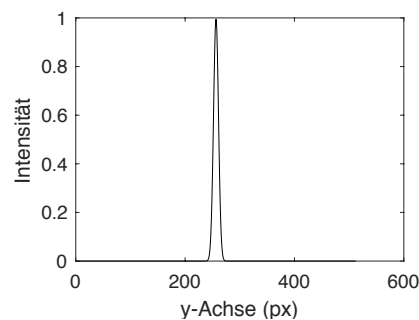
(8 Punkte)

Die Abbildungen 1(a) und 1(c) zeigen Grauwertintensitätsverläufe, die sich in ihren Raumfrequenzen und deren Richtungen unterscheiden. Jeweils rechts neben den Grauwertbildern (Abb. 1(a), 1(c)) sind die Amplitudenverläufe der Bereiche hoher Intensität im Eindimensionalen veranschaulicht (Abb. 1(b): Linie parallel zur y -Achse bei $x = 0$; Abb. 1(d) Linie parallel zur x -Achse bei $y = 420$).

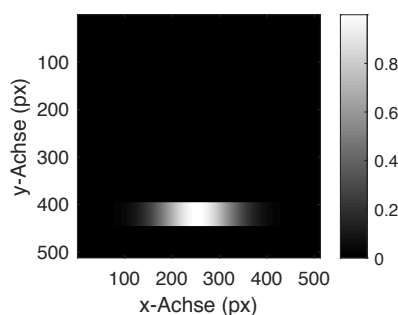
- (a) Wie lautet die Formel für die kontinuierliche und diskrete Fouriertransformation im zweidimensionalen Fall? (2 Punkte)
- (b) Zeichnen Sie jeweils ein Koordinatensystem einer zweidimensionalen Fourierebene der Abbildungen 1(a) und 1(c) (eine quantitative Achsenbeschriftung ist nicht verlangt, der Ursprung des Koordinatensystems muss jedoch erkennbar sein). Markieren Sie diejenigen Bereiche in denen die 2D-Fouriertransformierten der Abbildungen 1(a) und 1(c)) hohe Intensitäten aufweisen. (4 Punkte)
- (c) Skizzieren Sie den Amplitudenverlauf der 2D-Fouriertransformierten des Grauwertbildes aus Abbildung 1(c) entlang der f_y -Achse (v -Achse) sowie der f_x -Achse (u -Achse). (Hierbei ist lediglich der qualitative Verlauf verlangt, jedoch müssen die Unterschiede zwischen den beiden Verläufen deutlich werden.) (2 Punkte)



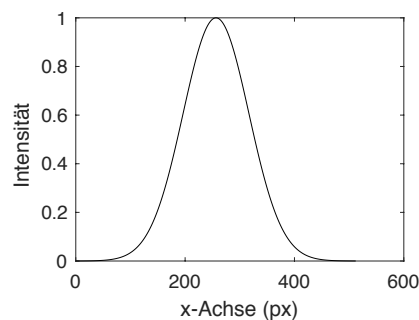
(a) Grauwertintensitätsverlauf 1



(b) Grauwertprofil 1



(c) Grauwertintensitätsverlauf 2



(d) Grauwertprofil 2

Abbildung 1: Grauwertbilder und gaussförmiges Intensitätsprofil

Lösung:

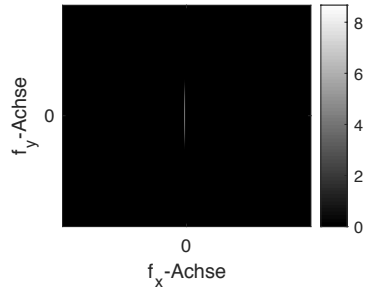
(a) Kontinuierlich:

$$F(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot e^{(-j \cdot 2\pi \cdot (ux + vy))} dx dy$$

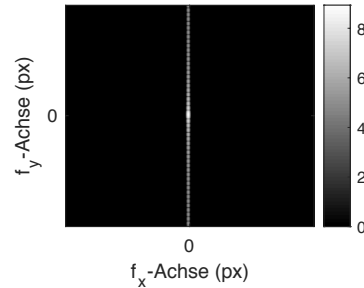
Diskret:

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x,y} f(x, y) \cdot e^{(-j \cdot 2\pi \cdot (ux+vy)/N)}$$

- (b) Die Fouriertransformaten der Grauwertverläufe sind im Folgenden dargestellt.

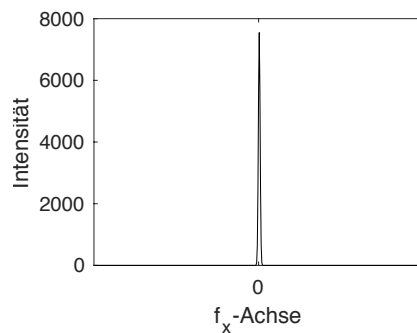


2D Fouriertransformierte
vom Bild 1



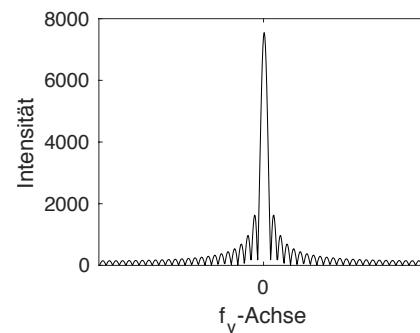
2D Fouriertransformierte
vom Bild 2

- (c) Amplitudenverlauf der 2D-Fouriertransformaten des Grauwertbildes aus Abbildung 1(c) entlang der f_y -Achse (v -Achse) sowie der f_x -Achse (u -Achse):



Intensitätsverlauf entlang
der f_x -Achse

Die Fouriertransformierte
einer Gaußfunktion ist
eine Gaußfunktion.



Intensitätsverlauf entlang
der f_y -Achse

Die Fouriertransformierte
einer Rechteckfunktion
ist eine sinc-Funktion.

3 Bildverarbeitung

Frage 5

(8 Punkte)

Zur Charakterisierung mikroskopischer Aufnahmen von Herzgewebe, z.B. der Bestimmung unterschiedlicher Zelltypen, müssen die Rohbilder einer aufwändigen Bildverarbeitung unterzogen werden. In der unteren Abbildung sehen Sie eine mikroskopische Aufnahme bei der die Wände der Herzzellen bereits über einen manuellen Threshold hervorgehoben wurden (Abbildung 2(a)). In einem nächsten Bearbeitungsschritt sollen die einzelnen Herzzellen segmentiert werden.

- (a) Welcher Algorithmus wurde angewendet, um das segmentierte Bild in Abbildung 2(b) zu erhalten? Begründen Sie Ihre Auswahl und erläutern Sie dieses Verfahren kurz. (3 Punkte)
- (b) In Abbildung 2(c) sollen nun die segmentierten Herzzellen vermessen werden. Hierzu wurde der digitale Maßstab (weißer Balken in der rechten, unteren Bildecke) mithilfe einer rigiden Transformation von Position 1 (P1) in die Position 2 (P2) bewegt (1. Schritt: Rotation, 2. Schritt: Translation). Wie viele korrespondierende Punktpaare benötigen Sie mindestens für diese Transformation? Geben Sie die allgemeine Transformationsmatrix an und bestimmen Sie diese anschließend rechnerisch. (5 Punkte)

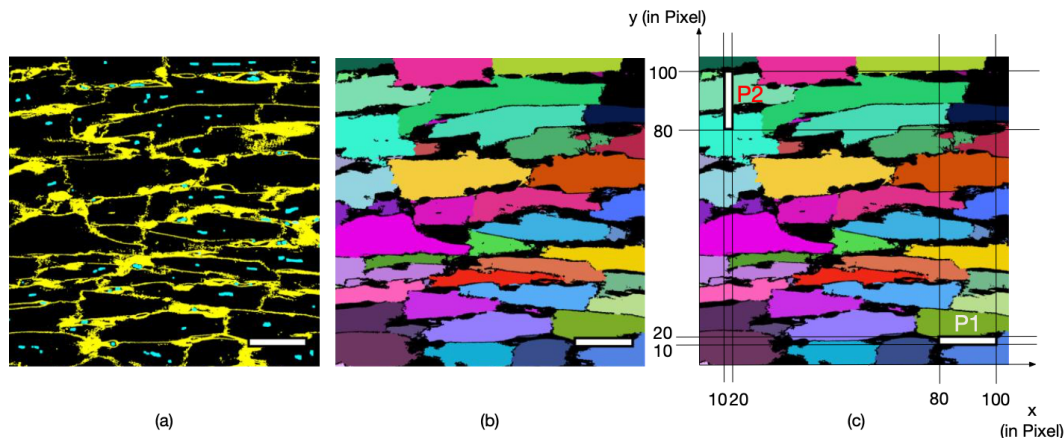


Abbildung 2: (a) Mikroskopische Aufnahme der Herzzellen nach manueller Annotati-on der Zellwände (gelb); (b) Segmentierte Herzzellen; (c) Transformation des weißen Balkens.

Lösung:

- (a) Hier wurde der Wasserscheiden-Algorithmus angewendet. Ein Region-Growing Algorithmus ist nicht anwendbar, da multiple Saatpunkte gesetzt werden müssten und dieser Algorithmus daher nur zur Detektion zusammenhängender Gebiete geeignet ist.
- Wasserscheiden-Algorithmus: 1. Zunächst wird ein beliebiger Punkt ohne Label gesucht und vorläufig mit dem Label „Gebiet x“ markiert. 2. Anschließend wird ein Nachbar mit einem kleineren Grauwert ausgewählt. Wenn dieser Nachbar noch kein Label hat, erhält er die Markierung „Gebiet x“. Schritt 2 wird nun wiederholt. 3. Wenn alle Nachbarn schon ein Label haben: gebe allen Punkten „x“ das Label des Nachbarn mit dem kleinsten Grauwert. 4. Wenn es keinen Nachbarn mit einem kleineren Grauwert gibt, dann gebe allen Punkten mit dem Label „x“ ein neues endgültiges Label „i“. 5. Gehe zu Schritt 1.

(b) **Rigide Transformation:** Translation und Drehung

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

3 Unbekannte (t_x, t_y, α), 2 Gleichungen pro Punktpaar (x und y). Daher werden mindestens 2 Punktpaare benötigt.

Aus Abbildungen 2(c) können zwei Punktpaare abgelesen werden. In Position 1: $P_{11}(80,10)$ und $P_{12}(100,10)$. In Position 2: $P_{21}(20,80)$ und $P_{22}(20,100)$. Der Rotationswinkel kann nun rechnerisch mittels folgender Gleichungen bestimmt werden:

Für das erste Punktpaar P_{11} und P_{12} gilt:

$$20 = t_x + \cos\alpha \cdot 80 - \sin\alpha \cdot 10 \quad (1)$$

$$80 = t_y + \sin\alpha \cdot 80 + \cos\alpha \cdot 10 \quad (2)$$

Für das zweite Punktpaar P_{21} und P_{22} gilt:

$$20 = t_x + \cos\alpha \cdot 100 - \sin\alpha \cdot 10 \quad (3)$$

$$100 = t_y + \sin\alpha \cdot 100 + \cos\alpha \cdot 10 \quad (4)$$

Aus Gleichung (1) und (3) ergibt sich $\cos\alpha = 0$ und damit ein Rotationswinkel von $\alpha = 90^\circ$. Dieser Winkel kann auch direkt aus der Abbildung abgelesen werden

Durch Einsetzen des Winkels in Gleichung (1) und (2) kann t_x und t_y bestimmt werden:

$$20 = t_x + \cos 90^\circ \cdot 80 - \sin 90^\circ \cdot 10 \quad (5)$$

$$80 = t_y + \sin 90^\circ \cdot 80 + \cos 90^\circ \cdot 10 \quad (6)$$

Somit ergibt sich $t_x = 30$ und $t_y = 0$ und die folgende Transformationsmatrix:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

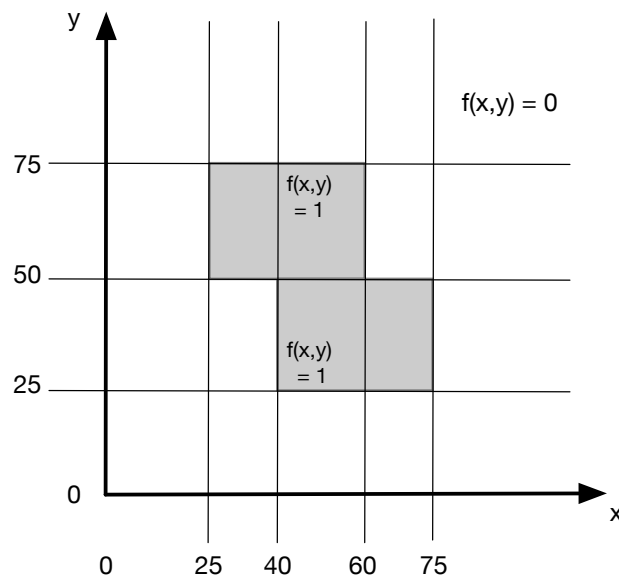
4 Computertomographie

Frage 6

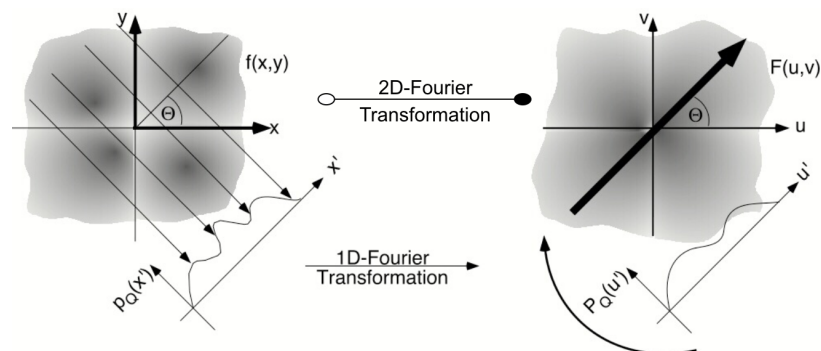
(12 Punkte)

- (a) Formulieren Sie das Fourier-Scheiben-Theorem am Beispiel einer Projektion zum Winkel $\Theta = 45^\circ$ (Erklärung und Skizze). (4 Punkte)
- (b) Wie lassen sich mit Hilfe des Fourier-Scheiben-Theorems Schnittbilder des Röntgenschwächungskoeffizienten rekonstruieren? (4 Punkte)
- (c) Die folgende Grafik zeigt den Querschnitt eines Bildes mit zwei sich überlappenden Quadraten mit dem Wert $f(x,y) = 1$ innerhalb der Quadrate und $f(x,y) = 0$ außerhalb. Zeichnen Sie das Ergebnis einer Aufnahme $p(0^\circ, s)$ für $s = [0, 100]$ in ein Koordinatensystem ein. Skizzieren Sie außerdem noch die Projektion zum Projektionswinkel $\Theta = 45^\circ$. (4 Punkte)

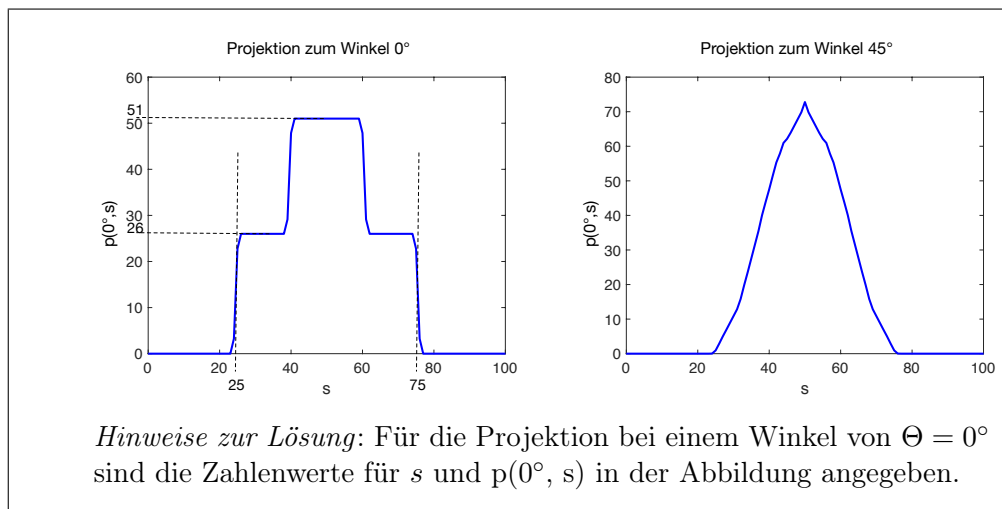
Hinweis: Achten Sie darauf die korrekten Werte an den jeweiligen Achsen für die Projektion $p(0^\circ, s)$ anzugeben. Für $p(45^\circ, s)$ kann auf die Beschriftung der Achsen mit korrekten Zahlenwerten verzichtet werden. Achten Sie darauf, dass der Rand der Quadrate ebenfalls den Funktionswert 1 besitzt.

**Lösung:**

- (a) Sei $f(x,y)$ gegeben und $F(u,v)$ deren 2D-Fouriertransformierte. Sei $p_{\Theta}(s)$ eine Projektion von $f(x,y)$ bei $\Theta = 45^\circ$. Dann beschreibt die 1D-Fouriertransformierte von $p_{\Theta}(s)$, $P_{\Theta}(w)$, die Werte von $F(u,v)$ auf der ersten Winkelhalbierenden.



- (b) Es werden viele Projektionen $p_{\Theta}(s)$ unter verschiedenen Winkeln aufgenommen. Jede Projektion wird 1D-fouriertransformiert $P_{\Theta}(w)$. Die Ergebnisse werden auf Radialstrahlen zum Winkel Θ in die $F(u,v)$ -Ebene eingetragen. Hierbei muss auf ein kartesisches Koordinatensystem interpoliert werden. Das Bild $f(x,y)$ erhält man aus der inversen Fouriertransformation von $F(u,v)$.
- (c) Die folgende Abbildung zeigt die gesuchte Projektion $p(0^\circ, s)$ und $p(45^\circ, s)$:

**Frage 7****(9 Punkte)**

- (a) Was versteht man unter Spiral-CT? Wie werden die Projektionen für die Rekonstruktion gewonnen? (3 Punkte)
- (b) In Abbildung 3 sind 4 CT-Projektionen eines 3×3 Bildes gegeben. Führen Sie den ersten Iterationsschritt für die iterative Rekonstruktion durch. (Hinweis: Ein Iterationsschritt beinhaltet die Berechnung für alle 4 Projektionen). Füllen sie hierzu die freien Felder im beigelegten Blatt aus und erweitern Sie das Schema falls nötig. (6 Punkte)

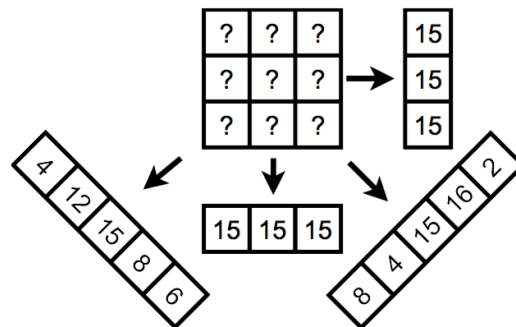
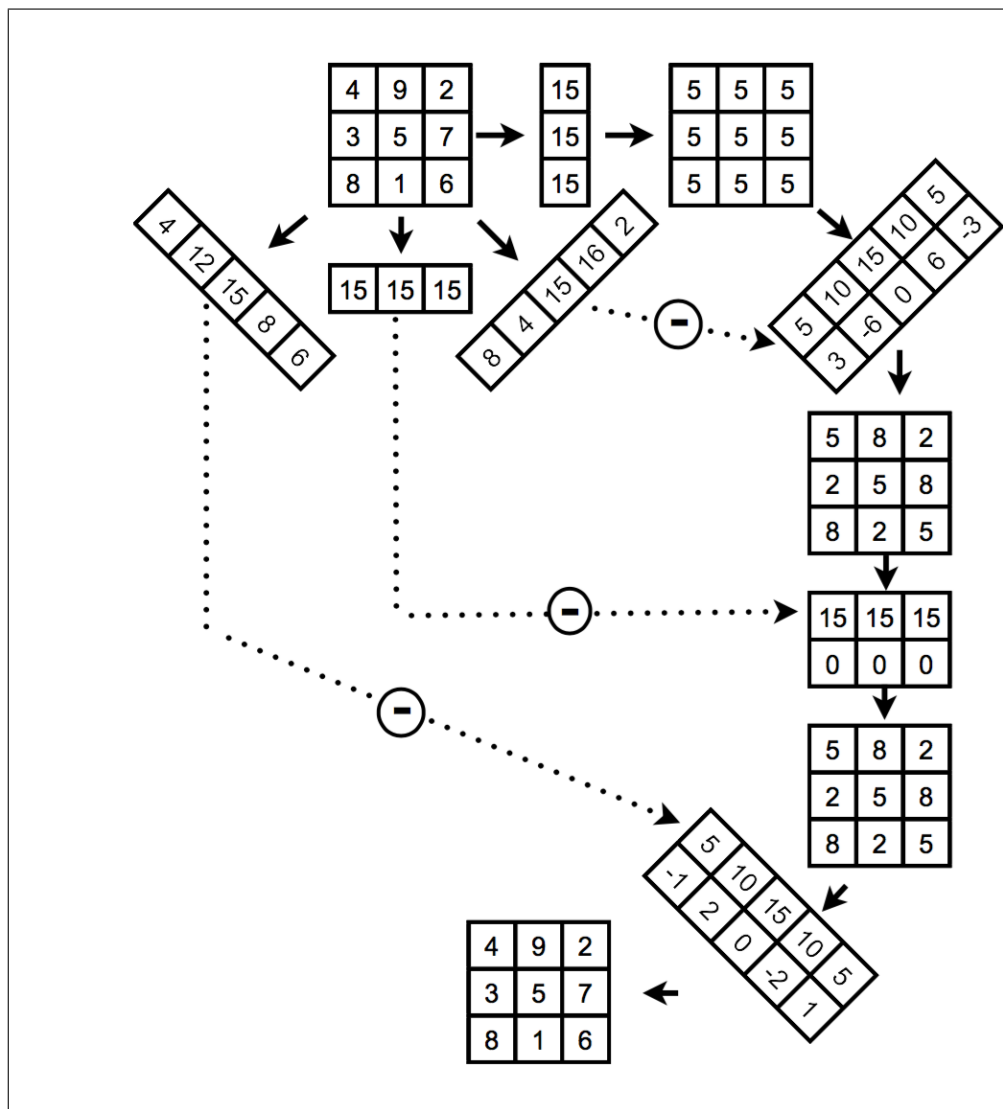


Abbildung 3: Schema für die iterative Rekonstruktion

Lösung:

- (a) Spiral-CT ist eine Methode, die es ermöglicht, relativ schnell 3D CT-Aufnahmen zu machen. Dabei wird der Patient kontinuierlich langsam weitergeschoben, während die Röhre um das Zentrum rotiert. Da die Röntgenstrahlfächer nicht in einer Ebene liegen, kann man aus den Messdaten direkt kein Bild rekonstruieren. Um vollständige Datensätze für jede Schicht zu erzeugen, muss eine Interpolation zwischen den Schleifen der Spirale eingesetzt werden. Da die Röhre einen vollen Kreis macht, kann redundante Information eingesetzt werden, so dass effektiv nur in Zwischenebenen im Bereich $0 < z < d/2$ interpoliert werden muss.
- (b) Siehe folgende Abbildung:



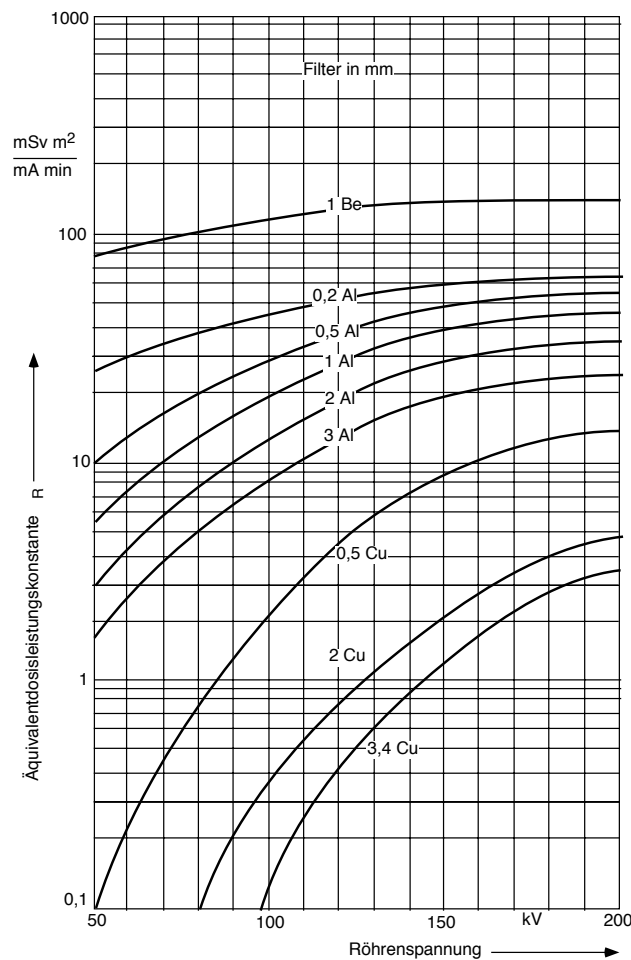
5 Biologische Wirkung

Frage 8

(11 Punkte)

Eine Röntgenröhre mit einem 1 mm dicken Beryllium-Filter wird mit einer Anodenspannung $U_a = 80 \text{ kV}$ und einem Anodenstrom $I_a = 21 \text{ mA}$ betrieben. Ihre Aufgabe ist es nun für dieses Gerät eine Risikoabschätzung abzugeben. Sie haben dazu eine Ionisationskammer in den Strahlengang eingebracht.

- Geben Sie die allgemeine Formel für die Energie- und Äquivalentdosis an. (2 Punkte)
- Erklären Sie, warum auch die Ionendosis verwendet wird. (1 Punkt)
- Wie groß ist die resultierende Äquivalentdosis, wenn Sie aus ihrer Ionisationskammer eine Ionendosis $J = 6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{As}}{\text{kg}}$ ablesen und der gemittelte Umrechnungsfaktor Ihnen mit $f = 35 \frac{\text{Gy}}{\text{As/kg}}$ gegeben ist? (1 Punkt)
- Wie viele Sekunden müsste eine Person in 0,4 m Entfernung zur Röhre stehen um die Äquivalentdosis aus Aufgabenteil (c) erfahren zu haben? (2 Punkte)
Berücksichtigen Sie bei Ihrer Lösung folgende Gerätespezifikation:
- Warum verwendet man nicht alle von der Anode emittierten Röntgenquanten zur Bildgebung sondern setzt in der Diagnostik Filter ein? (1 Punkt)



- (f) Ihnen ist der Informationsgehalt H eines Bildes mit $H = 1000 \frac{1}{\text{mm}}$ gegeben. Sie kennen außerdem noch die Seitenlänge der Pixeldetektoren $d = 0,1 \text{ mm}$. Geben Sie zunächst die Formel für den minimalen Kontrast als Funktion der Zahl n der Quanten pro mm^2 an. Lösen Sie dann nach der Zahl n der Quanten pro mm^2 auf und geben Sie an wieviele Quanten tatsächlich in einem Pixel detektiert werden ($\kappa = 5$). Ist das so erhaltene Bild geeignet um damit eine diagnostische Aussage zu treffen?
 Es gilt: ($H = \frac{1}{K_{\min}} \cdot \frac{1}{d_{\min}}$)

Lösung:

- (a) Energie- und Äquivalentdosis

$$\text{Energiedosis: } D = \frac{\text{In der Probe deponierte Energie}}{\text{Masse der Probe}}$$

$$\text{Äquivalentdosis: } H = q \cdot D$$

mit q : Strahlenwichtungsfaktor.

Für Röntgenstrahlung ist $q = 1$.

- (b) Die Ionendosis wird verwendet, da ein direkter Nachweis der deponierten Energie schwierig zu realisieren ist. Mithilfe einer Ionisationskammer und einer Proportionalitätskonstante ist dies leichter möglich.
- (c) Äquivalentdosisleistung H :

$$H = f \cdot J = 21mSv$$

- (d) Durch Betrachtung der Einheiten erkennen Sie, dass die Äquivalentdosisleistungskonstante Γ folgendermaßen definiert ist:

$$\Gamma = \frac{H \cdot d^2}{I_A \cdot t}$$

Es folgt für die Belichtungszeit t :

$$t = \frac{H \cdot d^2}{I_A \cdot \Gamma_R} = \frac{21mSv \cdot (0,4m)^2}{21mA \cdot 100 \frac{mSv \cdot m^2}{mA \cdot min}} = \frac{0,16}{100} \text{ min} = 0,096 \text{ s}$$

- (e) Da Röntgenstrahlen mit geringer Energie im menschlichen Körper vollständig absorbiert werden, und somit nicht zur Bildentstehung beitragen, werden die niederenergetischen Anteile des Röntgenspektrums durch eingebaute Filter eliminiert.

- (f) Quantenanzahl und Kontrast:

Die statistische Schwankung ist poissonverteilt, daher gilt für den minimalen Kontrast:

$$K_{min} = \frac{\kappa}{\sqrt{N}} = \frac{\kappa}{\sqrt{n \cdot d}}$$

Weiterhin gilt für den Informationsgehalt eines Bildes:

$$H = \frac{1}{K_{min}} \cdot \frac{1}{d_{min}}$$

Setzen wir beides in einander ein und lösen nach n auf:

$$H = \frac{1}{\frac{\kappa}{\sqrt{n \cdot d}} \cdot d_{min}} = \frac{\sqrt{n}}{\kappa}$$

$$n = (H \cdot \kappa)^2 = (1000 \frac{1}{mm} \cdot 5)^2 = 25.000.000 \frac{\text{Quanten}}{mm^2}$$

Die Umrechnung zur Quantenzahl pro Pixel:

$$N = n \cdot d^2 = \frac{25.000.000}{mm^2} \cdot (0,1mm)^2 = 250.000 \frac{\text{Quanten}}{\text{Pixel}}$$

Die Schwankung beträgt:

$$\sqrt{N} = \sqrt{250.000} = \pm 500$$

Es ergibt sich schließlich

$$N = 250.000 \pm 500 \frac{\text{Quanten}}{\text{Pixel}}$$

Die Schwankung beträgt 500 Quanten pro Pixel. Dies entspricht einer statistischen Schwankung von ungefähr 0,2%, wodurch eine medizinische Aussage möglich ist.

6 Nuklearmedizin

Frage 9

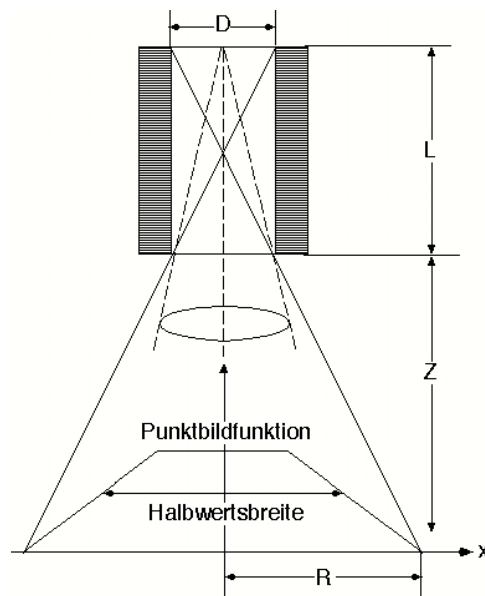
(13 Punkte)

Die Nuklearmedizin verwendet radioaktive Isotope um funktionelle Bilder des Körpers zu erstellen. Die Strahlung der Isotope muss durch geeignete Technik aufgenommen werden.

- (a) Begründen Sie kurz, warum Kollimatoren in einer Gammakamera wichtig sind und geben Sie die Formel für den Radius der Punktbildfunktion eines einzelnen Kollimatorröhrchens an. (2 Punkte)
- (b) Welche Größen müssen groß und welche müssen klein sein, um eine hohe Auflösung zu bekommen? (2 Punkte)
- (c) Skizzieren Sie einen Szintillationszähler und beschreiben Sie die Komponenten. (4 Punkte)
- (d) Geben Sie zwei wichtige Kenngrößen für die Wahl des Szintillatormaterials an. Warum sind diese Größen wichtig? (2 Punkte)
- (e) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Signals welches Sie am Zählerelement erwarten und begründen Sie. Welche Bedeutung hat das zeitliche Integral über das Signal eines Ereignisses? (3 Punkte)

Lösung:

- (a) In einer Gammakamera sorgen Kollimatoren dafür, dass nur die Gamma-Quanten aus einer bestimmten Säule des Körpers in der Nachweiselektronik landen. Dadurch erreicht man eine Ortsauflösung der Kamera.

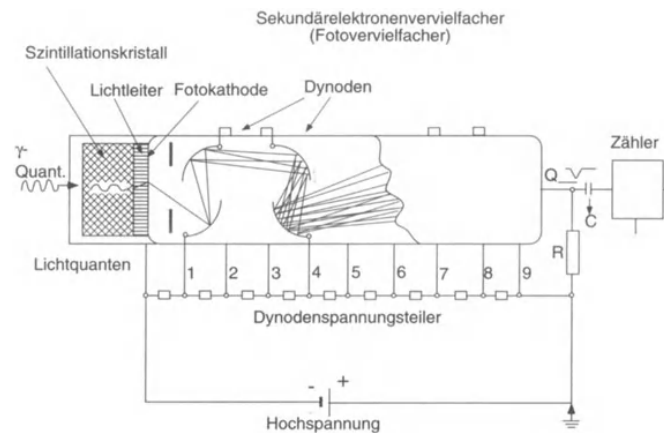


Die Punktbildfunktion für den Zylinder ist folgendermaßen gegeben:

$$R = \frac{D}{L} \left(Z + \frac{L}{2} \right)$$

- (b) Eine hohe Auflösung wird durch eine Verengung der Kollimatoren erreicht. Es muss also gelten $L \gg D$. Außerdem muss der Abstand zum Patienten Z klein sein.
- (c) Der Szintillations-Kristall (NaI(Tl), BGO...) ist über ein Bündel aus Lichtleitfasern mit der Photokathode einer Photomultiplier-Röhre verbunden. Auf der ersten Dynode werden durch den Photoeffekt Elektronen ausgelöst. Durch eine Potentialdifferenz werden die ausgelösten

Elektronen zur nächsten Dynode beschleunigt wo Sie wiederum Elektronen auslösen. Es entsteht ein Lawineneffekt. So wird nach ca. 10 Dynoden ein meßbarer Impuls erzeugt.



- (d) Mindestens zwei dieser Eigenschaften sollten genannt werden:

Lichtausbeute – der Anteil der Energie des Gamma-Quants, der zu Licht umgewandelt wird.

Nachweis-Effektivität – die Wahrscheinlichkeit der Absorption eines Gamma-Quants. Sie ist hoch, wenn Elemente mit hoher Ordnungszahl verwendet werden.

Szintillations-Abklingdauer – bestimmt die zeitliche Auflösung des Detektors und die maximale Zahl der detektierbaren Ereignisse pro Sekunde.

- (e) Die Elektronen legen nicht alle die selbe Wegstrecke innerhalb des Photomultipliers zurück. Aufgrund leicht verschiedener Streuwinkel, entstehen minimale Wegstreckendifferenzen, weshalb Elektronen über einen gewissen Zeitraum am Zähler ankommen. Es entsteht eine Gaußähnliche Verteilung (siehe untere Abbildung). Das zeitliche Integral ist proportional zur Energie des ursprünglich in den Szintillator eingefallenen Gamma-Quants. Das ist wichtig, da so gestreute Quanta mit Hilfe einstellbarer Energiegrenzen unterdrückt werden können.

